

Matemática Discreta I

Primer parcial

Martes 27 de setiembre de 2011

Nº Parcial	Apellido, Nombre	Firma	Cédula

Sugerencia: sea cuidadoso al pasar las respuestas.

Lo completado aquí será lo único tenido en cuenta a la hora de corregir.

MÚLTIPLE OPCIÓN

Correctas: 4 puntos. Incorrectas: -1 puntos. Sin responder: 0 puntos.

1	2	3	4	5

A COMPLETAR

Correctas: 4 puntos. Incorrectas: 0 puntos. Sin responder: 0 puntos.

6	7

DESARROLLO

Correcto: 12 puntos. En caso de ser necesario, continúe al dorso.

Ejercicios múltiple opción (total 20 puntos)

1. Sea a_n la cantidad de palabras de largo n cuyas letras son todas A, B, C, y que contienen un número par de letras A. Entonces a_5 es igual a:

- (A) 121
- (B) 122
- (C) 123
- (D) 124
- (E) 125

2. Calcule la cantidad de palabras que se pueden formar permutando las letras de la palabra

LENTAMENTE

y que verifiquen simultáneamente las siguientes dos condiciones:

- i. Comienzan y terminan en T.
- ii. Contienen la palabra MAL en alguna parte.

- (A) 40
- (B) 60
- (C) 280
- (D) 1680
- (E) 151200

3. Consideramos el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y la relación \mathcal{R} sobre A dada por

$$\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (3, 3), (4, 4)\}$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- (A) \mathcal{R} es reflexiva, simétrica pero no transitiva
- (B) \mathcal{R} es reflexiva, simétrica y transitiva
- (C) \mathcal{R} es simétrica y transitiva, pero no reflexiva
- (D) \mathcal{R} es reflexiva, antisimétrica pero no transitiva
- (E) \mathcal{R} es reflexiva, antisimétrica y transitiva

4. ¿De cuántas formas es posible asignar 24 computadoras a 4 líneas de montaje de modo tal que a cada línea se asignen al menos 3 computadoras pero no más de 9? (Las computadoras se suponen indistinguibles, pero las líneas de montaje no.)

- (A) C_4^{12}
- (B) C_{12}^{15}
- (C) $C_{12}^{15} - 4C_5^8$
- (D) $C_4^{12} - 4C_5^{12}$
- (E) $C_{12}^{15} - 4C_4^9$

5. Consideramos la función $f(x) = 1 + ax + bx^2$. Sabemos que $1/f(x) = 1 + 2x + 2x^2 + \dots$. Entonces:

- (A) $a + b = -1$
- (B) $a + b = 0$
- (C) $a + b = 1$
- (D) $a + b = 2$
- (E) No hay suficiente información para determinar el valor de $a + b$.

Ejercicios a completar (total 8 puntos)

6. ¿Cuántas palabras de largo n se pueden formar utilizando solamente vocales y que contengan al menos una A y al menos una O?

7. Resolver la ecuación

$$a_{n+2} - 6a_{n+1} + 8a_n = 4 \cdot 2^n, \quad n \geq 0$$

con $a_0 = a_1 = 0$.

Ejercicio de desarrollo (total 12 puntos)

8. Demuestre por inducción completa que para todo $n \in \mathbb{Z}^+$ se cumple la siguiente identidad:

$$\sum_{k=1}^n (k+1)2^k = n2^{n+1}$$