

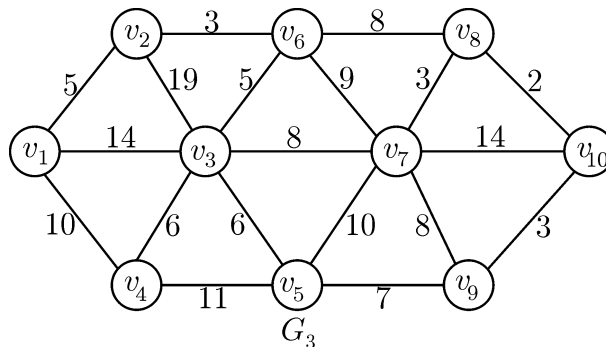
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN E INTELIGENCIA ARTIFICIAL

Ejercicio 1 La tabla siguiente es una lista de las actividades $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}, a_{11}$, de un proyecto y para cada una de ellas, el tiempo en días necesario y las actividades que deben completarse antes de poder iniciarse.

Actividad	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8	a_9	a_{10}	a_{11}
Tiempo necesario	3	4	1	2	1	2	4	1	3	3	2
Prerrequisitos	-	a_1, a_5	a_1, a_4	-	a_1, a_3, a_4	a_2, a_5	a_4, a_5	a_6, a_7	a_5, a_7	a_2, a_6, a_8	a_8, a_9

1. Dibuja el grafo que representa dicho proyecto.
2. Obtén la matriz de peso del grafo.
3. Aplica el algoritmo de reenumeración de los vértices y razona si el grafo presenta circuitos o no.
4. Calcula el mínimo número de días en que puede completarse el proyecto.
5. Obtén el camino crítico y su peso explicando su significado.
6. Identifica los caminos más largos y sus pesos del vértice inicial al resto.
7. En caso de que sea posible el retraso de la actividad a_7 sin retrasar la duración del proyecto total, averigua cuánto se puede retrasar dicha actividad.

Ejercicio 2 Para el grafo siguiente, utilizando el algoritmo de Dijkstra, calcula los caminos más cortos del vértice v_1 al resto de vértices.

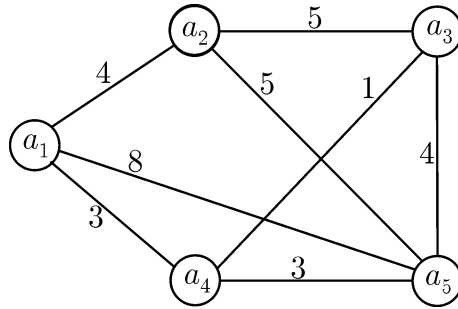


Ejercicio 3 Consideremos un grafo ponderado con conjunto de vértices $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y matriz de pesos:

$$\begin{bmatrix} \infty & 4 & 1 & \infty & 9 \\ \infty & \infty & \infty & \infty & \infty \\ \infty & 2 & \infty & 3 & \infty \\ \infty & \infty & \infty & \infty & 4 \\ 5 & \infty & 5 & \infty & \infty \end{bmatrix}$$

1. Calcula el peso del camino más corto entre cada par de vértices aplicando el método de Floyd-Warshall explicando el procedimiento.
2. Utilizando las matrices que proporciona el método de Floyd-Warshall, identifica el camino más corto del vértice 1 al 5.
3. Aplicando el algoritmo de Floyd-Warshall como creas conveniente y razonadamente, calcula el camino más corto del vértice 4 al vértice 2 con la condición de que no contenga como interno al vértice 3. Para ello tendrás que hacer antes una reordenación de los vértices y matriz de pesos, y decir en qué iteración de Floyd-Warshall tienes que parar.

Ejercicio 4 Se desea establecer una red informática que conecte 5 puntos a_1 , a_2 , a_3 , a_4 y a_5 . Las posibilidades de conexión vienen dadas en el siguiente grafo, en donde los pesos asignados a las aristas representan el coste de construcción de la línea directa correspondiente.



1. Explica razonadamente qué problema de grafos debes resolver para obtener dicha conexión.
2. Usa el algoritmo de Prim para determinar qué líneas deben construirse para que el coste total sea mínimo.
3. Resuelve el problema ahora aplicando razonadamente a este grafo el algoritmo de Kruskal.
4. Por otro lado se prevé que el tráfico entre los puntos a_3 y a_5 sea muy intenso, por lo que se desea saber qué líneas deben construirse de manera que exista una comunicación directa entre a_3 y a_5 y con coste mínimo. Modifica el algoritmo de Prim (explicando dicha modificación) y aplícalo para resolver esta cuestión.
5. Modifica el algoritmo de Kruskal para responder al apartado anterior.