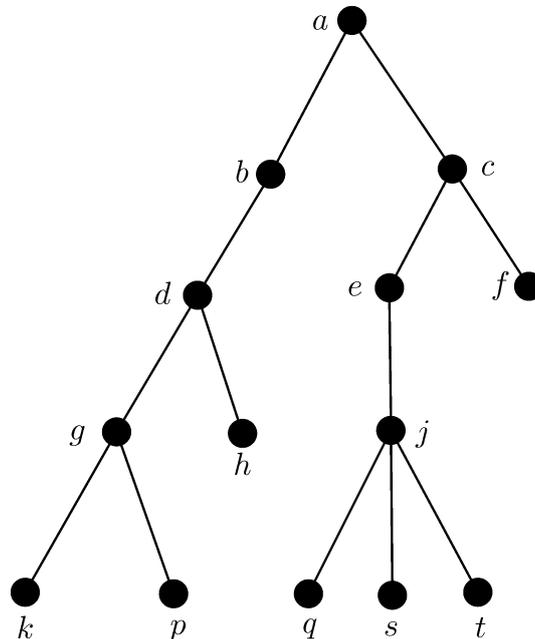


DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN E INTELIGENCIA
ARTIFICIAL

Problemas Lección 3 (sesión prácticas) MATEMÁTICA DISCRETA GRAFOS
(Las soluciones de estos problemas están en el libro de teoría)

Ejercicio 1 Responde a las siguientes preguntas sobre el árbol enraizado de la figura:



1. ¿Qué vértice es la raíz?
2. ¿Qué vértice es el padre de g ?
3. ¿Qué vértices son los descendientes de c ?
4. ¿Qué vértices son los hermanos de s ?
5. ¿Qué vértices se encuentran en el nivel 4?
6. ¿Cuál es la altura del árbol?

Ejercicio 2 Calcula las siguientes expresiones dadas en notación polaca inversa.

1. $3\ 3\ 4\ 5\ 1\ -\ * + +$
2. $3\ 3 + 4 + 5\ * 1 -$
3. $3\ 3\ 4 + 5\ * 1 - +$
4. $6\ 3 / 3 + 7\ 3 - *$
5. $3\ 2 \uparrow 4\ 2 \uparrow + 5 / 2 *$

Ejercicio 3 Calcula las siguientes expresiones dadas en notación polaca directa.

1. $- * 3 \uparrow 5\ 2\ 2$
2. $- \uparrow * 3\ 5\ 2\ 2$
3. $* + / 6\ 3\ 3 - 7\ 3$
4. $\uparrow * 3\ 5 - 2\ 2$

$$5. \ / \star 2 + 2 5 \uparrow + 3 4 2$$

Ejercicio 4 Escribe las siguientes expresiones en notación polaca inversa y directa.

1. $(3x - 4)^2$.
2. $(a + 2b)/(a - 2b)$.
3. $x - x^2 + x^3 - x^4$.

Ejercicio 5 Dada la expresión en notación polaca directa, $/ - a \uparrow b 2 + c \star 3 d$, calcula la expresión original y escríbela también en notación polaca inversa.

Ejercicio 6 Calcula razonadamente y enunciando los teoremas utilizados, el número de vértices de grado uno que tiene un árbol con dos vértices de grado cuatro y tres vértices de grado tres. Se supone que el árbol sólo tiene vértices de grado 1, 3 y 4.

Ejercicio 7 Determina razonadamente y paso a paso, la expresión algebraica correspondiente a la siguiente expresión en notación polaca inversa: $x y + 2 \uparrow x y - 2 \uparrow - x y \star /$. Da también, explicando los pasos seguidos, la correspondiente expresión en notación polaca directa.

Ejercicio 8 Determina razonadamente y paso a paso, la expresión algebraica correspondiente a la siguiente expresión en notación polaca directa: $\uparrow + \star 2 a 3 - b 5$. Da también, explicando los pasos seguidos, la correspondiente expresión en notación polaca inversa.

Ejercicio 9 Calcula razonadamente y enunciando los teoremas utilizados, el número de vértices de grado uno que tiene un árbol con tres vértices de grado cuatro, dos vértices de grado tres y cinco vértices de grado dos. Se supone que el árbol sólo tiene vértices de grado 1, 2, 3 y 4.

Ejercicio 10 Consideremos tres grafos no dirigidos G_i , $i = 1, 2, 3$, definidos por las siguientes matrices de adyacencia A_i , $i = 1, 2, 3$, respectivamente:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Razona las siguientes cuestiones teniendo en cuenta las propiedades de la matriz de adyacencia de los distintos grafos y sin utilizar su representación gráfica.

1. Sabemos que G_1 es un grafo acíclico. Teniendo en cuenta la definición de árbol, comprueba si G_1 es un árbol utilizando el algoritmo que creas conveniente para verificar la propiedad que le falta a G_1 para ser árbol.
2. Sabemos que G_2 y G_3 no son árboles. Compruébalo sin utilizar la definición, es decir, utilizando otros resultados teóricos. Enuncia formalmente estos resultados. Debes utilizar un resultado teórico para el grafo G_2 y otro distinto para el grafo G_3 .