



Álgebras de Boole

Funciones booleanas

Gregorio Hernández Peñalver

Matemática Discreta 03-04

Circuito, dispositivo electrónico

Entrada 0,1 Salida 0,1

Interruptor (on-off) Dispositivo óptico (luz- no luz)

Diseño de circuitos

1938 Shannon, Leyes de la lógica Boole, 1854

ÁLGEBRA DE BOOLE

Conjunto $B=\{0,1\}$ Operaciones

COMPLEMENTARIO de a es \bar{a}

$$\bar{0} = 1 \quad \bar{1} = 0$$

SUMA $a + b$ a OR b $a \vee b$

$$1 + 1 = 1, \quad 1 + 0 = 0 + 1 = 1, \quad 0 + 0 = 0$$

PRODUCTO $a \cdot b$ a AND b $a \wedge b$

$$1 \cdot 1 = 1, \quad 1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 0, \quad 0 \cdot 0 = 0$$

2

OPERACIONES

COMPLEMENTARIO

SUMA

PRODUCTO

0

1



OPERADORES LÓGICOS

NEGACIÓN \neg

DISYUNCIÓN \vee

CONJUNCIÓN \wedge

FALSO

VERDAD

FUNCIÓN BOOLEANA de orden n $f: B^n \rightarrow B$

$F: B^2 \rightarrow B$

$F(1,1)$

$F(1,0)$

$F(0,1)$

$F(0,0)$

3

¿Cómo representar funciones booleanas?

• Tabla de verdad

x	y	$F(x,y)$
1	1	0
1	0	1
0	1	0
0	0	0

• Expresiones booleanas $xyz + \bar{x}z + \overline{(x+z)}y$

• Las variables x_1, x_2, \dots, x_n son expresiones booleanas.

• Los símbolos 0 y 1 son expresiones booleanas.

• Si E_1 y E_2 son expresiones booleanas, entonces $E_1 + E_2$, $E_1 \cdot E_2$ y \bar{E}_1 son expresiones booleanas.

• No hay más expresiones booleanas que las obtenidas por las reglas anteriores

4

1) Toda expresión booleana define una función booleana

La expresión $E(x_1, x_2, \dots, x_n)$ en n variables define la función $F: B^n \rightarrow B, \forall m \geq n$, $F(b_1, b_2, \dots, b_m) = E(b_1, \dots, b_n)$.

x	y	z	xy	\bar{z}	$F(x,y,z) = xy + \bar{z}$
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	1	1
1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	1	1

La expresión E representa la función F

5

2) Dada una función booleana siempre existe una expresión booleana que la representa

x	y	z	$F(x,y,z)$
1	1	1	1
1	1	0	1
1	0	1	0
1	0	0	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	0	1	0
0	0	0	1

$$S(F) = \{b \in B^3 / F(b) = 1\}$$

$$S(F) = \{111, 110, 100, 010, 000\}$$



$$xyz, xy\bar{z}, x\bar{y}z, \bar{x}yz, \bar{x}\bar{y}z$$

$$E_F(x,y,z) = xyz + xy\bar{z} + x\bar{y}z + \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}z$$

Suma de productos elementales

6

