Universidad de Costa Rica

Escuela de Ciencias de la Computación e Informática

CI-1204 Estructuras Discretas

Prof. Kryscia Daviana Ramírez Benavides

II Semestre 2009 Fecha: 19/10/2009

Práctica de Combinatoria y Probabilidad

**Permutaciones**

1. Con 3 mujeres y 5 varones:
	1. ¿Cuántos triunviratos (gobierno de alianza de 3 personas) que tengan 2 personas del mismo sexo se pueden formar?
	2. ¿Cuántas hileras de 8 personas se pueden formar si las mujeres no pueden ocupar ni el primer ni el último lugar?
	3. ¿Cuántas hileras de 7 personas se pueden formar si personas del mismo sexo no pueden ocupar lugares consecutivos?
2. ¿De cuántas maneras pueden alinearse 10 personas, si 3 de ellas deben estar juntas?
3. ¿De cuántas maneras se pueden colocar 10 libros en un estante, si 4 deben ocupar los mismos lugares, aún cuando estos 4 puedan intercambiarse entre sí?
4. ¿De cuántas maneras se pueden colocar en fila 6 hombres, no pudiendo uno determinado estar nunca a la cabeza?
5. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas alrededor de una mesa redonda?
6. Con las letras de la palabra libro, ¿cuántas ordenaciones distintas se pueden hacer que empiecen por vocal?
7. ¿Cuántos números de cinco cifras distintas se pueden formar con las cifras impares? ¿Cuántos de ellos son mayores de 70.000?
8. Cuatro libros distintos de matemáticas, seis diferentes de física y dos diferentes de química se colocan en un estante. ¿De cuántas formas distintas es posible ordenarlos si:
	1. Los libros de cada asignatura deben estar todos juntos.
	2. Solamente los libros de matemáticas deben estar juntos.
9. Para abrir una cerradura de combinación se requiere de la selección correcta de cuatro dígitos en sucesión. Los dígitos se fijan girando el tambor alternativamente en el sentido de las manecillas del reloj y en el sentido opuesto. Encuentre el número total de las posibles combinaciones si:
	1. No es posible repetir dígitos.
	2. Es posible repetir dígitos.
10. ¿Cuántas banderas tricolores se pueden confeccionar con tres franjas de tela, una de color verde, otra blanca y otra amarilla?
11. ¿De cuántas formas pueden quedar clasificados cuatro equipos de fútbol que participan en un torneo?
12. En una carrera intervienen seis corredores. ¿De cuántas maneras pueden quedar clasificados?
13. ¿Cuántos números de cinco cifras pueden formarse con las cifras 1, 2, 3, 4 y 5, usando cada cifra una sola vez?
14. Diez amigos van al cine. ¿De cuántas maneras pueden sentarse en las diez butacas que tiene una fila?
15. En una estantería se van a colocar cinco libros de color naranja, tres de color azul y cuatro verdes. ¿De cuántas maneras pueden colocarse, si los libros del mismo color son iguales y deben ponerse juntos?
16. Seis compañeros salen en bici y van por la carretera en fila india. ¿De cuántas formas pueden ir ordenados en la fila?
17. ¿De cuántas formas se pueden repartir cinco juguetes diferentes entre cinco niños si cada niño debe recibir un juguete?
18. Con las letras de la palabra PISTOLA ¿cuántas ordenaciones distintas se puede hacer?
19. ¿Cuántas palabras de 7 letras distintas se pueden formar con la condición de empezar por la letra *f*?

**Permutaciones con repetición**

1. Con las cifras 2, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4; ¿cuántos números de nueve cifras se pueden formar?
2. ¿De cuántas maneras se pueden colocar las figuras blancas: un rey, una dama, dos alfiles, dos torres y dos caballos, en la primera fila del tablero de ajedrez?
3. ¿De cuántas maneras se pueden ordenar en hilera todas las fichas blancas de ajedrez, si no son distinguibles entre sí las del mismo tipo (por ejemplo: los 8 peones)?
4. ¿Cuántos números de ocho cifras se pueden escribir con las cifras 2, 3, 4 y 6, sabiendo que el 3 aparece dos veces y el 6 aparece cuatro veces?
5. Un jugador de ajedrez quiere colocar en fila dos peones blancos y cuatro peones negros. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?
6. Con todas las cifras del número 277.258 ¿cuántos números distintos se pueden formar?
7. En una estantería se van a colocar cinco libros de color naranja, tres de color azul y cuatro verdes. ¿De cuántas maneras pueden colocarse si los libros del mismo color son iguales?
8. Tenemos dos dados azules, tres verdes, cuatro rojos y uno amarillo. ¿De cuántas maneras distintas podemos colocarlos en una fila?
9. ¿Cuántas permutaciones se pueden formar con todas las letras de la palabra AYUNTAMIENTO?
10. ¿Cuántos números de ocho cifras se pueden escribir con las cifras 2, 3, 4 y 6, sabiendo que el 3 aparece dos veces y el 6 aparece cuatro veces?

**Variaciones**

1. Si en un colectivo hay 10 asientos vacíos. ¿En cuántas formas pueden sentarse 7 personas?
2. Tres personas suben en la planta baja al ascensor de un edificio que tiene 5 pisos. ¿De cuántas maneras diferentes pueden ir saliendo del ascensor si en ningún piso baja más de una persona?
3. En un concurso de televisión hay ocho participantes y cada uno de ellos puede obtener uno sólo de los tres premios que se dan: un coche, una motocicleta y una bicicleta. ¿De cuántas formas pueden distribuirse los tres premios?
4. ¿Cuántas "palabras" de cinco letras distintas, tengan o no significado, se pueden formar con las letras {*a,b,c,d,e,f,g,h,i,j,k*}?
5. ¿Cuántos números de cuatro cifras distintas se pueden formar con las cifras del 1 al 9?
6. Una urna contiene siete bolas de diferentes colores. Extraemos tres bolas sin reemplazamiento. ¿Cuántos resultados distintos podemos obtener, teniendo en cuenta el orden en que sacamos las bolas?
7. De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta, se anota el resultado y se guarda la carta sin devolverla a la baraja; después se extrae otra carta y se hace lo mismo. Así hasta extraer cuatro cartas. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener, teniendo en cuenta el orden en que sacamos las cartas?
8. En un grupo de 28 alumnos se va a elegir un delegado y un subdelegado. ¿Cuántas elecciones distintas puede haber?
9. Con las letras de la palabra CONTABLE, ¿cuántas "palabras" (con o sin sentido) de cinco letras se pueden formar, si en una misma palabra se puede utilizar cada letra una sola vez?
10. A un grupo de cuatro personas les han regalado dos entradas, una mejor y otra peor, para ir al teatro. ¿De cuántas formas se las pueden repartir?
11. En un torneo de fútbol participan seis equipos y sólo obtienen trofeos los tres primeros clasificados ¿De cuántas maneras pueden repartirse los trofeos? Ten en cuenta que los tres trofeos son distintos.
12. ¿Cuántas banderas tricolores se pueden confeccionar con siete colores?

**Variaciones con repetición**

1. ¿De cuántas maneras se pueden bajar de un ascensor 4 personas, en un edificio que tiene 7 pisos?
2. ¿Cuántos números de 5 dígitos y capicúas (en matemáticas, número palíndromo: se refiere a cualquier número que se lee igual de izquierda a derecha y de derecha a izquierda) pueden formarse con los números 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8?
3. En una ciudad A los números telefónicos se forman con 4 números (0 a 9) no pudiendo ser cero el primero de ellos, y en otra ciudad B con 5 números con las mismas condiciones ¿cuántas comunicaciones pueden mantenerse entre los abonados de ambas ciudades?
4. ¿Cuántos números de cinco cifras pueden formarse con las cifras impares, pudiéndose repetir varias veces la misma cifra en un mismo número?
5. Se lanza una moneda cuatro veces. ¿Cuántos resultados distintos se pueden obtener?
6. De una baraja española de 40 cartas se extrae una carta, se anota el resultado y se devuelve a la baraja; después se extrae otra carta y se hace lo mismo. Así hasta extraer cuatro cartas. ¿Cuántos resultados diferentes se pueden obtener, teniendo en cuenta el orden en que sacamos las cartas?
7. Una urna contiene siete bolas de diferentes colores. Extraemos tres bolas con reemplazamiento. ¿Cuántos resultados distintos podemos obtener, teniendo en cuenta el orden en que sacamos las bolas?
8. ¿Cuántas quinielas futbolísticas habría que rellenar para acertar con seguridad los 14 resultados?
9. Una bandera tiene tres franjas. Si se pinta cada una con un color (pueden repetirse los colores en la misma bandera) ¿cuántas banderas distintas pueden formarse si se dispone de 12 colores?
10. En un lejano país, las matrículas de los coches consisten en tres letras seguidas de tres cifras, pudiéndose repetir tanto las letras como las cifras (se utilizan 24 letras y 10 cifras) ¿Cuántos vehículos pueden matricularse por ese sistema?
11. Al lanzar tres veces un dado, ¿cuántos resultados distintos se pueden obtener?
12. Hemos dibujado cinco cuadrados juntos en una hilera y cada cuadrado se puede pintar o bien en blanco o en negro. ¿Cuántos modelos distintos podemos obtener?
13. En Informática se llama "byte" a una secuencia ordenada de ocho cifras que pueden ser ceros o unos, como por ejemplo 00110101. ¿Cuántos bytes diferentes se pueden formar?
14. Con las letras de la palabra CALIXTO ¿cuántas "palabras" de 4 letras, con o sin significado, pueden formarse si se pueden repetir las letras?

**Combinaciones**

1. ¿Cuántos caracteres se pueden formar con los puntos y rayas del alfabeto Morse, si en cada uno entran hasta 4 de tales elementos?
2. Un estudiante para aprobar un examen que consta de 10 preguntas, debe contestar 7 de ellas. ¿De cuántas maneras puede hacer la selección para aprobar el examen?
3. ¿Cuántos triángulos quedan determinados por 6 puntos, tales que no haya 3 alineados?
4. ¿Cuántos equipos de fútbol se pueden formar con los 20 alumnos de un curso?
5. ¿Cuántos paralelogramos quedan determinados cuando un grupo de 8 rectas paralelas son intersecadas por otro grupo de 6 rectas paralelas?
6. En un grupo de 18 alumnos hay que formar un grupo de 6.
	1. ¿De cuántas maneras puede hacerse?
	2. ¿De cuántas maneras puede hacerse sabiendo que un alumno en particular, Juan, debe integrar el grupo?
	3. ¿De cuántas maneras puede hacerse excluyendo a Juan?
7. ¿Cuántas diagonales tienen un pentágono y cuántos triángulos se puede informar con sus vértices?
8. Un grupo, compuesto por cinco hombres y siete mujeres, forma un comité de 2 hombres y 3 mujeres. ¿De cuántas formas puede formarse?, si:
	1. Puede pertenecer a él cualquier hombre o mujer.
	2. Una mujer determinada debe pertenecer al comité.
	3. Dos hombres determinados no pueden estar en el comité.
9. Una persona tiene cinco monedas de distintos valores. ¿Cuántas sumas diferentes de dinero puede formar con las cinco monedas?



1. En un bar de zumos preparan batidos a partir de 14 clases de frutas, de las cuales se eligen 5 y se mezclan a partes iguales en el batido. ¿Cuántos batidos distintos se pueden preparar?
2. Una chica tiene en su armario 10 pantalones y quiere elegir 6 para meterlos en la maleta para hacer un viaje. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?
3. En la clase de solfeo se estudian los "acordes" que son agrupaciones de varias notas que se tocan simultáneamente. ¿Cuántos acordes de 5 notas se pueden formar con las 12 notas de una octava (bemoles y sostenidos incluidos)?
4. A un grupo de ocho personas les han regalado cuatro entradas (sin numerar) para ir al cine. ¿De cuántas formas se las pueden repartir?
5. Se dispone de doce bebidas distintas para formar "combinados". ¿Cuántos "combinados" distintos se pueden preparar utilizando cada vez cuatro de las doce bebidas?
6. Para estar seguro de acertar los 6 números de la Lotería Primitiva ¿cuántos apuestas habría que hacer? (Ten en cuenta que en cada apuesta se marcan 6 números comprendidos entre el 1 y el 49).
7. Una urna contiene siete bolas de diferentes colores. Extraemos tres bolas SIN reemplazamiento. ¿Cuántos resultados distintos podemos obtener no teniendo en cuenta el orden en que sacamos las bolas?
8. Una heladería prepara copas de helados con 3 bolas de helado elegidas de entre 18 sabores diferentes. ¿Cuántas copas distintas pueden preparar si las 3 bolas que se eligen son de diferentes sabores?
9. Para hacer un campeonato de ajedrez entre 12 jugadores (todos contra todos) ¿cuántas partidas se deben celebrar? (12 2) = 12!/10!2!
10. Un club de balonvolea dispone de 13 jugadores y se van a seleccionar 6 para jugar un partido. ¿Cuántas selecciones distintas se pueden formar?
11. Para celebrar el 25º aniversario del fin de carrera, un grupo de 34 personas se juntan para una comida. Al encontrarse, ¿cuántos apretones de manos se dan?
12. Al extraer sin reemplazamiento 9 cartas de una baraja española de 40 ¿cuántos resultados distintos se pueden obtener? No se tiene en cuenta el orden en que se han extraído las cartas.
13. Entramos en una pastelería a comprar una docena de pasteles y vemos que tienen 20 tipos. ¿Cuántas selecciones diferentes podemos hacer, si queremos que los 12 pasteles sean distintos?

**Combinaciones con repetición**

1. ¿De cuántas maneras pueden entrar cuatro alumnos en tres aulas, si no se hace distinción de personas?
2. En una bodega hay cinco tipos diferentes de botellas. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro botellas?



1. ¿Cuántas fichas tiene el juego del dominó?
2. En una pastelería hay 6 tipos distintos de pasteles. ¿De cuántas formas se pueden elegir 4 pasteles si se puede repetir?



1. Al extraer con reemplazamiento 6 cartas de una baraja española de 40 ¿cuántos resultados distintos se pueden obtener? No se tiene en cuenta el orden en que se han extraído las cartas.
2. Entramos en una pastelería a comprar una docena de pasteles y vemos que tienen pasteles de 9 tipos. ¿Cuántas docenas diferentes podríamos comprar?
3. En un bar de zumos preparan batidos a partir de 14 clases de frutas, de las cuales se eligen 5 (iguales o distintas) y se mezclan en el batido. ¿Cuántos batidos distintos se pueden preparar?
4. A un grupo de ocho personas les han regalado cuatro entradas (sin numerar) para ir al cine. ¿De cuántas formas se las pueden repartir? Téngase en cuenta que una misma persona se puede llevar varias entradas y que las entradas son iguales entre sí. (330)
5. Se dispone de doce bebidas distintas para formar "combinados". ¿Cuántos "combinados" distintos se pueden preparar poniendo en cada "combinado" cuatro copitas seleccionadas de entre las doce bebidas, pudiendo ser más de una copita de la misma bebida? (Se supone que el orden en que se echan las bebidas no influye).
6. Una urna contiene siete bolas de diferentes colores. Extraemos tres bolas CON reemplazamiento. ¿Cuántos resultados distintos podemos obtener no teniendo en cuenta el orden en que sacamos las bolas?
7. Una heladería prepara copas de helados con 3 bolas de helado elegidas de entre 18 sabores diferentes. ¿Cuántas copas distintas pueden preparar si las 3 bolas pueden tener sabores repetidos?

**Probabilidad**

1. Tenemos una baraja de 52 cartas en 4 grupos de 13 cartas (baraja francesa). Se dan cinco cartas a cada jugador. Hallar la probabilidad de que un jugador tenga:
	1. Una pareja.
	2. Doble pareja.
	3. Trío.
	4. Full.
	5. Póker.
2. Un entrenador de fútbol va a seleccionar para su equipo dos delanteros y cuatro defensas. A las pruebas se han presentado cinco delanteros y seis defensas.
	1. ¿Cuántas posibles selecciones puede hacer el entrenador?
	2. El hermano de uno de los defensas es un delantero. Si el equipo es elegido al azar, ¿cuál es la probabilidad de que los dos hermanos sean escogidos?
	3. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los dos hermanos sea escogido?
3. Un entrenador de fútbol va a seleccionar para su equipo dos delanteros y cuatro defensas y a las pruebas se presentan cinco delanteros y seis defensas. Tres de los delanteros y cuatro de los defensas son diestros y el resto son zurdos.
	1. ¿Cuál es la probabilidad de que en el equipo haya un delantero zurdo? ¿y la probabilidad de que al menos uno de los defensas sea zurdo?.
	2. ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno de los miembros del equipo sea zurdo?
4. El turno de noche de un hospital está a cargo de tres enfermeras, A, B y C. Supuesto que 6 de los enfermos llaman al mismo tiempo y que cada uno presiona una de las tres teclas asignadas a cada enfermera. Calcular la probabilidad de que 3 llamen a A, 2 a B y 1 a C.
5. Un entrenador dirige a cuatro atletas -José, Jorge, María y Marta- a los que va a entrenar Lunes, Martes, Miércoles y Jueves. A cada atleta lo entrenará uno de los días
	1. ¿Cuántas asignaciones distintas atleta-día son posibles?
	2. Si las asignaciones son hechas al azar, ¿cuál es la probabilidad de que María entrene los martes?
6. Antes de un examen, un alumno solo ha estudiado 15 de los 25 temas correspondientes a matemática. Este se realiza extrayendo al azar dos temas y dejando al alumno escoger uno de los dos para ser examinado. Hallar la probabilidad de que el alumno pueda elegir en el examen uno de los dos temas estudiado.
7. En una estantería hay 60 novelas y 20 libros de poesía. Una persona A elige un libro al azar de la estantería y se lo lleva. A continuación otra persona B elige otro libro al azar
	1. ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado sea una novela?
	2. Si se sabe que B eligió una novela, ¿Cuál es la probabilidad de que el libro seleccionado por A sea de poesía?
8. En una clase hay 10 alumnas rubias, 20 morenas, cinco alumnos rubios y diez morenos. Un día asisten 44 alumnos, encontrar la probabilidad de que el alumno que falta:
	1. Sea hombre
	2. Sea mujer morena.
	3. Sea hombre mujer.
9. Hallar la probabilidad de que al lanzar al aire dos monedas, salgan:
	1. Dos caras.
	2. Dos cruces.
	3. Dos caras y una cruz.
10. Hallar la probabilidad de que al levantar unas fichas de dominó se obtenga un número de puntos mayor que 9 o que sea múltiplo de 4.
11. Un dado está trucado, de forma que las probabilidades de obtener las distintas caras son proporcionales a los números de estas. Hallar:
	1. La probabilidad de obtener el 6 en un lanzamiento.
	2. La probabilidad de conseguir un número impar en un lanzamiento.
12. Se lanzan dos dados al aire y se anota la suma de los puntos obtenidos. Se pide:
	1. La probabilidad de que salga el 7.
	2. La probabilidad de que el número obtenido sea par.
	3. La probabilidad de que el número obtenido sea múltiplo de tres.
13. Se lanzan tres dados. Encontrar la probabilidad de que:
	1. Salga 6 en todos.
	2. Los puntos obtenidos sumen 7.
14. Sean *A* y *B* dos sucesos aleatorios con *P*(*A*) = 1/2, *P*(*B*) = 1/3, *P*(*A* ∩ *B*) = 1/4. Determinar:
	1. *P*(*A* | *B*).
	2. *P*(*B* | *A*)
	3. *P*(*A* ∪ *B*).
	4. *P*(*A’* | *B’*).
	5. *P*(*A’* ∩ *B’*).
15. Una caja contiene tres monedas. Una moneda es corriente, otra tiene dos caras y la otra está cargada de modo que la probabilidad de obtener cara es de 1/3. Se selecciona una moneda lanzar y se lanza al aire. Hallar la probabilidad de que salga cara.
16. Una encuesta sobre 200 personas reveló los siguientes datos acerca del consumo de tres productos A, B y C:

5 personas consumían sólo A.

25 personas consumían sólo B.

10 personas consumían sólo C

15 personas consumían A y B, pero no C.

80 personas consumían B y C, pero no A.

8 personas consumían C y A, pero no B.

17 personas no consumían ninguno de los tres productos.

* 1. *¿*Cuántas personas consumían A?
	2. ¿Cuántas personas consumían B?
	3. ¿Cuántas personas consumían C?
	4. ¿Cuántas personas consumían A, B y C?
	5. ¿Cuántas personas consumían por lo menos uno de los tres productos?
	6. ¿Cuántas personas consumían A o B?
	7. ¿Cuántas personas no consumían C?
	8. ¿Cuántas personas no consumían ni C ni A?
1. Sobre un grupo de 45 alumnos se sabe que:

16 alumnos leen novelas.

18 alumnos leen ciencia ficción.

17 alumnos leen cuentos.

3 alumnos leen novelas, ciencia ficción y cuentos.

1 alumno lee sólo cuentos y ciencia ficción.

8 alumnos leen sólo cuentos.

4 alumnos leen sólo novelas y ciencia ficción.

* 1. ¿Cuántos alumnos leen sólo ciencia ficción?
	2. ¿Cuántos alumnos no leen ni novelas, ni cuentos ni ciencia ficción?
1. En una fábrica de 3000 empleados, hay:

1880 varones.

1600 personas casadas.

380 técnicos (varones o mujeres)

150 técnicos casados

120 técnicos varones casados.

1260 varones casados.

260 técnicos varones.

* 1. ¿Cuántas mujeres no casadas trabajan en la fábrica?
	2. ¿Cuántas mujeres técnicas trabajan en la fábrica?
	3. ¿Cuántas mujeres técnicas casadas trabajan en la fábrica?
	4. ¿Cuántas mujeres trabajan en la fábrica?
1. En el diagrama que colocamos a continuación, se han volcado los datos obtenidos en una encuesta realizada a personas, donde se les preguntó si tomaban té o café. Los números que aparecen se refieren a las cantidades de personas que respondieron a la pregunta en las diversas formas posibles.



En base a estos datos responder las siguientes preguntas:

* 1. ¿Cuántas personas tomaban té?
	2. ¿Cuántas personas tomaban café?
	3. ¿Cuántas personas tomaban té y café?
	4. ¿Cuántas personas no tomaban ninguna de las dos bebidas?
	5. ¿Cuántas personas no tomaban té?
	6. ¿Cuántas personas no tomaban café?
	7. ¿Cuántas personas tomaban por lo menos una de esas dos bebidas?
	8. ¿Cuántas personas tomaban sólo una de esas dos bebidas?
	9. ¿Cuántas personas tomaban sólo café?
	10. ¿Cuántas personas tomaban alguna de esas bebidas?
1. Durante el mes de abril, una empresa ha fabricado diariamente productos del tipo A o del tipo B (o ambos), excepto 4 domingos durante los cuales no ha fabricado nada. Sabiendo que 15 días del mes ha fabricado A, y 20 días ha fabricado B.



* 1. ¿Cuántos días del mes ha fabricado ambos productos?
	2. ¿Cuántos días del mes ha fabricado sólo productos del tipo A?
	3. ¿Cuántos días del mes ha fabricado sólo productos del tipo B?
1. Un grupo de jóvenes fue entrevistado acerca de sus preferencias por ciertos medios de transporte (bicicleta, motocicleta y automóvil). Los datos de la encuesta fueron los siguientes:
* Motocicleta solamente: 5
* Motocicleta: 38
* No gustan del automóvil: 9
* Motocicleta y bicicleta, pero no automóvil:3
* Motocicleta y automóvil pero no bicicleta: 20
* No gustan de la bicicleta: 72
* Ninguna de las tres cosas: 1
* No gustan de la motocicleta: 61

Realizar un diagrama de Venn de tres conjuntos para mostrar los datos de la encuesta. Además, responder las siguientes preguntas:

* 1. ¿Cuál fue el número de personas entrevistadas?
	2. ¿A cuántos le gustaba la bicicleta solamente?
	3. ¿A cuántos le gustaba el automóvil solamente?
	4. ¿A cuántos le gustaban las tres cosas?
	5. ¿A cuántos le gustaba la bicicleta y el automóvil pero no la motocicleta?

VER ESTO:

<http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Combinatoria/combinacionescon.htm>

<http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd99/ed99-0516-02/practica/comb_rept.htm>